

口袋仪器实验室的抽样定理综合创新性实验

李蓉艳, 张志明, 翟志清, 陆炜江, 吴坚
(同济大学电子与信息工程学院, 上海 200092)



摘要: 抽样定理是“信号与系统”中重要的知识点, 课堂教学内容抽象且不易理解, 常规的简单验证性实验很难提高学生的学习兴趣。依据新工科人才培养的要求, 提出围绕工科学生工程实践能力培养目标, 基于便携式口袋仪器实验室, 软件和硬件结合, 设计与实现时域抽样定理及信号恢复的综合创新性实验。在理论指导下, 首先利用 Multisim 软件进行实验电路仿真与参数计算, 随后据此实验设计搭建实际的实验电路, 最后利用 Analog Discovery2 口袋仪器与 WaveForms 软件, 完成信号驱动、实验调试、实时测量和数据分析。学生经过实验的设计、仿真、调试和测量等动手实践, 可完成基础性、综合性和创新性实验, 从而加深对相关理论知识的理解与掌握, 培养创新意识和实践能力。

关键词: 信号与系统; 抽样定理; 信号恢复; 口袋仪器实验室

中图分类号: TN 911; TP 274

文献标志码: A

文章编号: 1006-7167(2018)12-0182-06

Comprehensively Innovational Experiment of Sampling Theorem Based on Pocket Instruments Laboratory

LI Rongyan, ZHANG Zhiming, ZHAI Zhiqing, LU Weijiang, WU Jian

(College of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Sampling theorem is an important knowledge point in the "Signal and System" course, but for students the concept is abstract and is not easy to understand, also the traditional verification experiment cannot promote students' learning interest. On the demand of emerging engineering talent cultivation, a comprehensive innovation experiment of sampling theorem and signal reconstruction in time domain based on pocket instruments laboratory is developed by the combination of software and hardware. With the guidance of theories, a brief illustration of the experiment is described as follows: firstly, experiment circuit simulation and numerical parameters calculation are implemented with Multisim; secondly, this experiment circuit is designed to establish hardware experimental system; finally, comprehensive and integrated experiment operation is accomplished with Analog Discovery2 platform and WaveForms software. Experienced with theoretical and practical foundation stages of design, simulation, debugging and measurement, the real system of basic experiment, comprehensive experiment and innovation experiment could facilitate students to comprehend course's contents more effectively and train their independently innovative spirit and practical ability.

Key words: signals and systems; sampling theorem; signal reconstruction; pocket multi-function instrument

收稿日期: 2017-11-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(81670092); 教育部高等教育司产学研合作协同育人项目(201702008060); 同济大学本科教学改革研究与建设项目(2017-2018年度)

作者简介: 李蓉艳(1974-), 女, 陕西宝鸡人, 博士, 讲师, 研究方向: 智能信号处理。

Tel.: 021-69589241; E-mail: lirongyan@mail.tongji.edu.cn

0 引言

信号与系统课程在新工科电子电气信息类专业培养方案体系中, 是一门重要的专业基础课程^[1-3], 其目的是通过教学, 使学生理解和掌握信号与系统的基本理论和基本方法, 同时提高学生的创新意识和实践能

力。时域抽样定理作为课程教学中的一个重点内容和难点内容,为何要对模拟信号进行抽样,如何进行准确抽样,抽样信号如何能够恢复原来的连续信号,这些在教学中必须阐述清楚的重要问题,国内外的教材中均有详细论述^[1-2],但对于教学对象二年级本科学生来说,由于抽样定理同时兼备较强的专业理论性和工程实用性,初学时因内容抽象很容易陷入数学公式的强记应试的误区,故需要配套实验作为理论教学的补充和强化^[3-5]。

1 时域抽样定理

抽样定理既是信号与系统的重点,也是难点,在通信系统、信息传输理论、数字信号处理等方面占有十分重要的地位。其时域抽样定理可以表述为^[1-2]:当连续信号 $f(x)$ 为有限带宽信号(其频谱满足带限条件:当 $|\omega| > \omega_m$ 时 $F(\omega) = 0$,其中 $\omega_m = 2\pi f_m$ 为信号的最高频率)时,只要使采样频率 ω_s 不小于信号的奈奎斯特采样频率 $\omega_{Neq} = 2\omega_m$ (对应的采样间隔称为奈奎斯特采样间隔 $T_{Neq} = 2\pi/\omega_{Neq} = \pi/\omega_m$),则信号 $f(t)$ 可以用等间隔的抽样值 $f_s(t) = f(nT_s)$ 唯一地表示,此时信号频谱只以 ω_s 周期重复延拓成为周期频谱而不发生频域混叠。满足时域抽样定理的抽样信号 $f_s(t)$ 保留了原连续信号 $f(t)$ 的全部信息,在恢复重建原信号时,使用一个截止频率 $\omega_c \geq \omega_m$ 的理想低通滤波器,即可从抽样信号 $f_s(t)$ 中无失真恢复原连续信号 $f(t)$ 。理想冲激抽样信号的抽样与恢复过程如图 1 所示,连续信号的抽样信号在低抽样频率时频谱混叠,高抽样频率时频谱不混叠,才可以恢复出原信号。

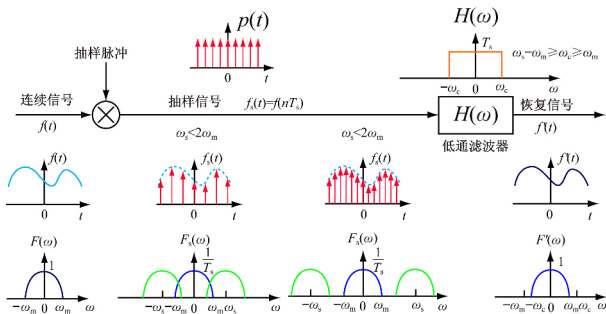


图 1 连续时间信号的理想抽样与恢复过程示意图

抽样定理在连续时间信号与系统和离散时间信号与系统、数字信号与系统之间架起了一座桥梁,但在实际教学中要使学生深刻理解并掌握仍然存在一定的困难,需要配合实验实践以加强教学效果。受已有实验装备数量以及技术水平的限制,常规的抽样定理实验多采用信号与系统实验箱实现,内容局限于简单的验证性实验,难以扩展^[5-7];仿真实验则大多采用 Matlab 等软件平台实现,局限于理论模型计算,对所依托的实际硬件电路和物理信号不能直接测试和分

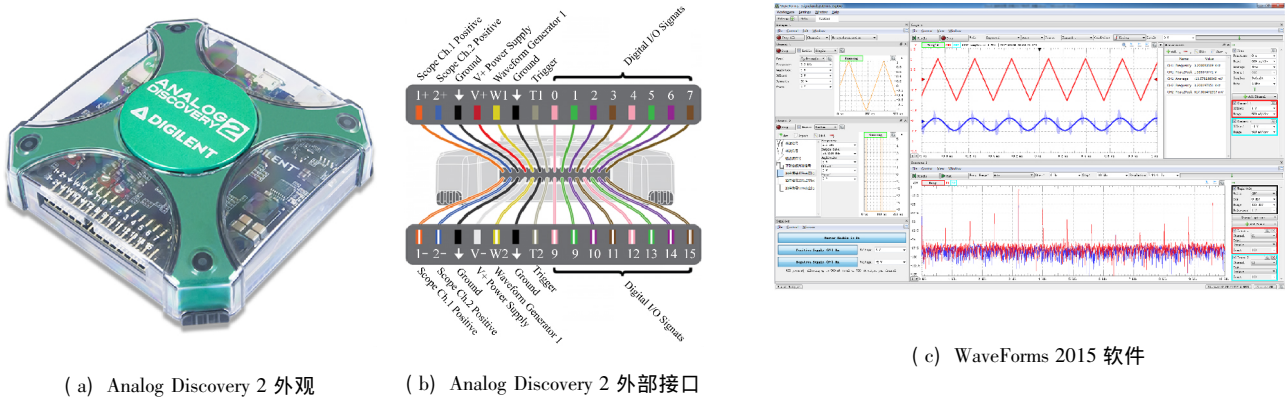
析^[5-7-8]。教学内容理论和实验系统对象分立,学生缺少动手实践机会,很难产生深刻的感性认识和激发学习的兴趣,实验教学效果不理想,限制了新工科复合型、综合性人才的培养目标实现。本文提出围绕工科学工程实践能力培养目标,以实际教学内容理论基础为依托,基于便携式口袋仪器实验室软件和硬件结合,设计与实现时域抽样定理及信号恢复的综合创新性实验。

2 口袋仪器实验室

常规的抽样定理实验箱需要配套外部仪器(信号源、示波器、直流稳压电源等)才能正常工作,学生到实验室现场才能进行实验。虚拟仪器技术的引入使得计算机在硬件平台的支持下可以由软件实现常规仪器功能,丰富了实验手段^[9-10],但受限于相关硬件平台的成本和体积,还是只适合实验室固定场所操作。Diligent 公司的 Analog Discovery 2 是一个迷你便携式 USB 多功能仪器集合^[11],其体积小小到可以轻易放进口袋,功能却强大到足以替代多个常规实验室仪器。Analog Discovery 2 通过简易的导线探针将模拟和数字输入输出连接到实验电路,对外提供 2 个可编程电源(0~5 V, 0~-5 V),具有两个差分模拟输入通道(1 M Ω , ± 25 V, 14-bit, 100×10^6 采样/s)和两个模拟输出通道(± 5 V, 14-bit, 100×10^6 采样/s),16 通道数字输入/输出等接口。Analog Discovery 2 连接至个人计算机的 USB 接口,由 Digilent WaveForms 2015 软件驱动^[12],可以配置为多种实验室传统仪器设备(信号发生器、示波器、逻辑分析仪等),使用者通过简洁易用的 WaveForms 软件图形化界面操作,能方便地创建及重用各种模拟及数字信号,测量、观察、记录、分析和控制各种混合信号电路。Analog Discovery 2 的外观、接口和 WaveForms 2015 软件界面分别如图 2 所示。Analog Discovery 2 与 WaveForms、Multisim 软件及实验电路结合,为工科学学生提供一个随时随地都可以基于模拟/数字电路开展动手项目的“口袋仪器实验室”,有助于学生将多个学科的工程知识相互综合并付诸实践。

3 抽样定理实验设计与实践

时域抽样定理综合创新性实验的硬件架构由口袋仪器实验室 Analog Discovery 2 和抽样定理实验功能电路组成,在软件控制下实现对连续时间信号的抽样和从抽样信号恢复原信号的实验功能,系统结构框图见图 3。连续时间信号 $f(t)$ 经过前置抗混叠滤波器后送入到抽样器的输入端,经过抽样脉冲信号 $p(t)$ 调制后输出得到抽样信号 $f_s(t)$,抽样信号再通过低通滤波器获得原信号 $f(t)$ 的恢复信号 $f(t)$ 。实验电路所需要



(a) Analog Discovery 2 外观

(b) Analog Discovery 2 外部接口

(c) WaveForms 2015 软件

图 2 Digilent Analog Discovery 2 口袋仪器实验室

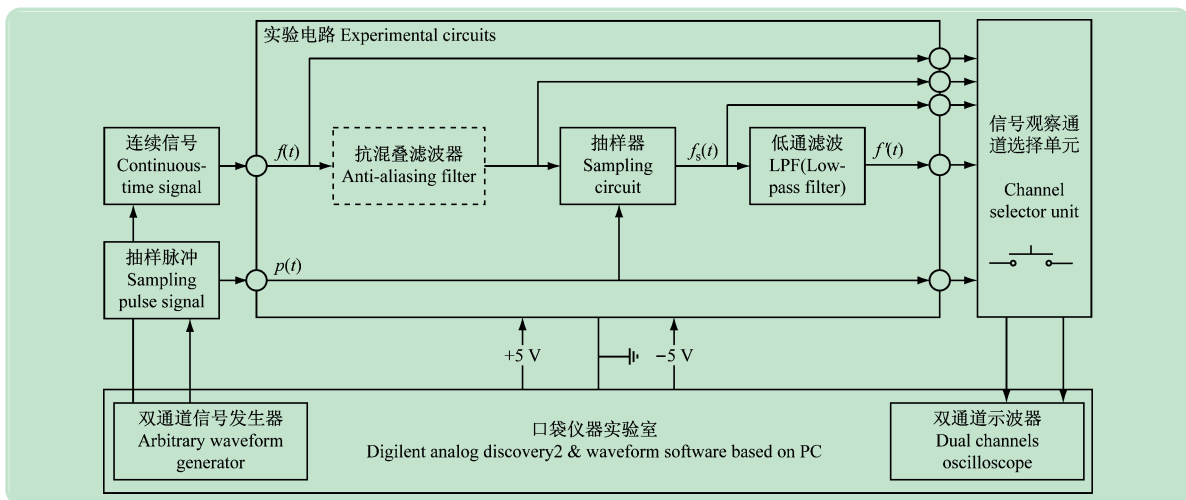


图 3 抽样定理实验结构原理图

的激励信号输入及输出响应信号的观察由口袋仪器实验室功能模块提供,其中连续时间和信号抽样信号由信号发生器模块提供,时域信号观察与测量则通过信号选择单元选择后利用双通道示波器模块实现,工作电源直流 $\pm 5\text{ V}$ 由可编程直流电源模块提供。

3.1 实验电路设计与实践

抽样信号 $f_s(t)$ 可以看成连续信号 $f(t)$ 和一组开关函数 $p(t)$ 的乘积,表示为 $f_s(t) = f(t) \cdot p(t)$ 。实现此功能的抽样器在电路实现上可以采用双向电子模拟开关芯片^[13],也可以采用 4 象限模拟乘法器^[14],考虑到元件成本、易获取性和电路设计的工作量,抽样电路以模拟开关 CD4066 为核心设计,其电路原理图如图 4 所示,可以在 Multisim 软件中搭建原型,仿真成功后再准备好相应的元器件和连接线装配调试。需要注意的是,在整个实验电路的实施过程中,无论是在面包板上搭建电路,还是通过单面实验板飞线连接,或者直接将电路制作成 PCB 时,都必须提醒学生考虑到实物元器件与理想模拟元器件模型之间的差异性,以进行必要的修正。例如,在仿真时抽样开关 CD4066 的输出需要添加负载电阻 R_7 ,其阻值要选择 $1\text{ M}\Omega$ 以上,才能得到正常的仿真波形输出,而在实际电路调试中,电阻阻

值需要降至 $2 \sim 10\text{ k}\Omega$ 之间,并在后级添加电压跟随器增强驱动能力,实验电路才能正常工作,相关的分析可以作为实验考核报告的扩展组成部分。

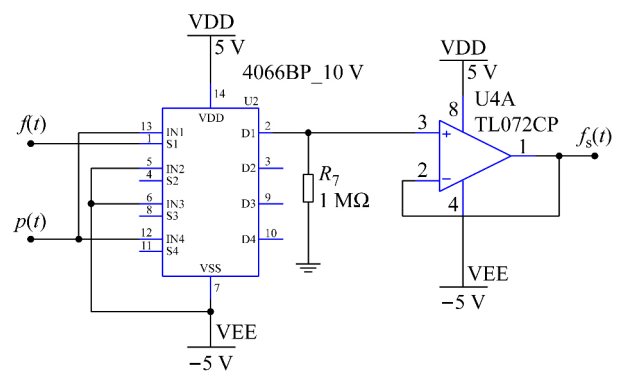


图 4 抽样器电路原理图

如前所述,从抽样信号 $f_s(t)$ 中恢复原连续信号 $f(t)$ 需要使用理想低通滤波器^[1-2]。受电子器件的物理特性约束,滤波器电路只能近似接近理想特性,可以采用 RLC 元件或者 RC 元件构成的无源滤波器,也可以采用 RC 元件和集成运放构成的有源滤波器,元件参数的选择与所设计的滤波器结构和特性密切相关。实验中输入连续信号的频带一般小于 100 kHz ,适合

应用巴特沃斯滤波器设计,其通频带内的频率响应曲线最大限度平坦没有起伏,在阻频带则逐渐下降为零。当连续时间信号采用低频正弦信号激励时,因抽样器电路已经增强了信号驱动能力,故简单的无源型 LC 滤波器^[14]即可以满足低通滤波要求,实现信号恢复功能。当连续信号比较复杂时,低通滤波器为获得更陡

峭的衰减特性,截止频率方能满足 $\omega_s - \omega_m \geq \omega_c \geq \omega_m$ 的要求,实际应该采用高阶有源滤波器,与教材中的基本原理介绍不同,高阶模拟滤波器的设计计算比较复杂,工程上一般利用成熟的工具软件来设计和优化^[15]。图 5 给出了一个设计截止频率为 3.4 kHz 的 8 阶 MFB 巴特沃斯低通滤波器电路原理图。

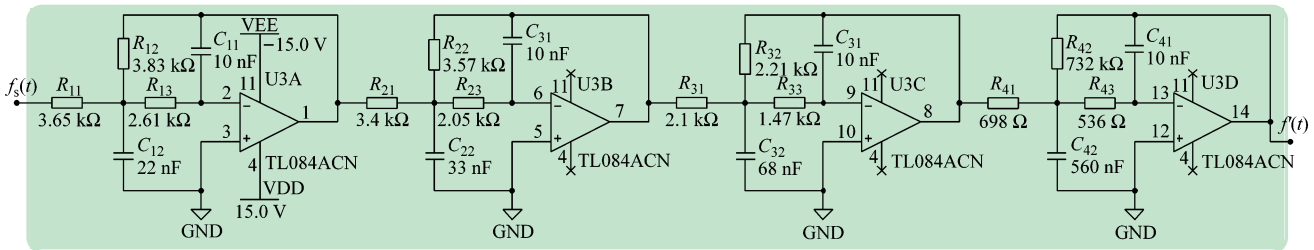


图 5 8 阶 MFB 巴特沃斯低通滤波器

实验电路中连续信号在输入到抽样器之前,需要先经过一个前置抗混叠滤波器,这是因为对于带限连续信号,只要提高抽样脉冲信号的频率,即可使其满足时域抽样定理;而实际工程信号大多频谱很宽或无限宽,此时系统不能满足抽样定理的约束条件,只提高抽样频率仍会造成抽样后信号频谱的混叠,所以需要在抽样前经过一个低通滤波器(即抗混叠滤波器)进行低通滤波滤除高频分量,以减少混叠误差,提高频谱分析精度^[16]。抗混叠滤波器的参数设计与信号恢复滤波器类似,此处不再赘述。如实验选用的连续信号频带较窄,则可不用此滤波器。

3.2 实验电路的驱动信号输入与信号波形测量

使用口袋仪器实验室的信号发生器(Arbitrary Waveform Generator)模块^[11],代替传统实验方法中的外部仪器、实验箱电路或者专用电路,所生成的连续时间信号和抽样信号分别连接到 W1/GROUND 和 W2/GROUND 两对物理模拟量输出端口,在 Waveforms 软件的 Wavegen 软面板界面^[12]中可以方便地设置和调整两路不同的输出信号的类型和参数:除了标准的正弦波、方波、三角波、随机噪声、扫频和复合调制信号外,还可以通过 WAV 和 CSV 格式文件生成波形,除此之外,用户可以通过 custom 模式以函数或者图形方式自定义输出波形。

口袋仪器实验室的示波器(Scope)模块具有两路通道,可以同时测量两路信号,具备示波器的常用功能,操作方法与实验室中的真实示波器类似,连接到 1+/1- 和 2+/2- 两对模拟量差分输入端口,可用于实时分析信号电压数据。本实验测试中,由于需要观察的信号波形数量超过了 2 路,只能通过信号选择单元(简单利用跳线手动连接即可)选择其中的 2 路测试点信号接入示波器输入端口同时测试并同屏显示。验证抽样定理时如需要实时观测信号的频谱分布,则

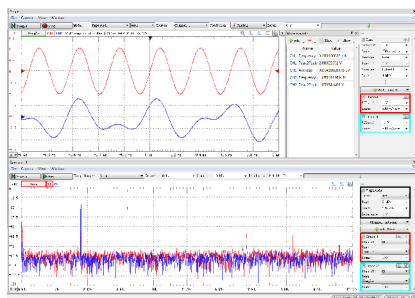
可以复用物理连接输入,改用频谱分析仪(Spectrum Analyzer)模块软面板即可。

3.3 综合性实验

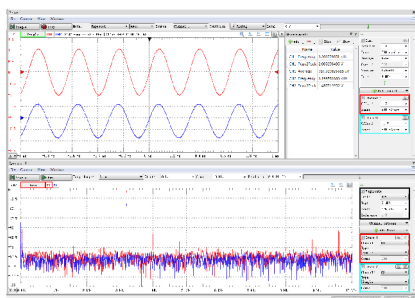
抽样定理实验采用案例式教学方法,学生在掌握理论精髓的基础上,通过信号抽样方法与过程及信号的恢复来验证抽样定理,并掌握抽样频率的基本设计原则。在实际实验设计与实践中,兼顾信号与系统、先修课程和后继课程这 3 者之间的内容联系,要求学生理论联系实践,根据实验原理和实验任务自主设计和搭建实验电路,观察频带有限的连续时间信号 $f(t)$ 被不同频率的抽样脉冲 $p(t)$ 调制抽样后的信号 $f_s(t)$,以及由抽样信号 $f_s(t)$ 恢复为连续信号的波形 $f'(t)$,并结合采样定理分析实验结果。需要说明的是,由于理想抽样脉冲信号无法物理实现,实验中的抽样脉冲只能用周期性窄脉冲(脉冲宽度 τ ,周期 T_s ,角频率 $\omega_s = 2\pi/T_s$)由信号与系统理论分析可知,此时抽样后信号的频谱包含原信号频谱以及重复周期为 ω_s 幅度按照 $\frac{\tau}{T_s} S_a\left(\frac{n\omega_s\tau}{2}\right)$ 规律变化的原信号频谱,当采样频率满足采样定理要求时,信号恢复过程仍可用低通滤波进行。

实验中选用 $\omega_s < 2\omega_m$ 、 $\omega_s = 2\omega_m$ 、 $\omega_s > 3\omega_m$ 3 种抽样频率对连续信号进行抽样,以验证抽样定理。若以图 4 和图 5 所示参数搭建电路,不使用抗混叠滤波器,以简单模式下的 3.2 kHz、1 V 的正弦信号作为连续信号,以 custom 模式生成 10% 占空比的正负极性的周期抽样脉冲,抽样频率分别选用 5.6.4 和 10 kHz,利用口袋仪器实验室的示波器和频谱分析仪获得的直接测量结果如图 6 所示,其中红色为连续信号及其频谱,蓝色为抽样信号恢复后的连续信号(时域波形幅值放大 5 倍)及其频谱。实验结果显示,当抽样频率不满足抽样定理要求时,抽样信号发生频谱混叠,恢复出的信号

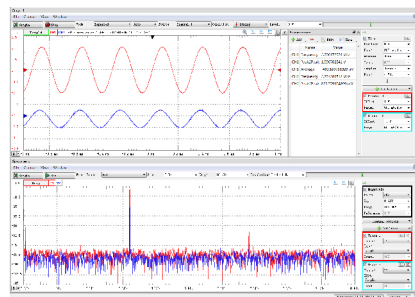
波形发生畸变失真。如要观测其他信号(如调制后的抽样信号等),输入端口通过信号选择单元更改接入信号,无需改变测试软件其余部分的界面设置。



(a) $\omega_s = 2\pi \cdot 5 \text{ kHz} < 2\omega_m$



(b) $\omega_s = 2\pi \cdot 6.4 \text{ kHz} = 2\omega_m$



(c) $\omega_s = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz} > 2\omega_m$

图 6 抽样定理实验实测波形及频谱

($\omega_m = 2\pi \cdot 3.2 \text{ kHz}$, 正弦波)

3.4 扩展创新性实验

在信号与系统的课程教学中,常见的时域连续信号除了正弦信号之外,还包括三角波信号和方波信号等,同样可以通过信号发生器的简单模式产生,也可以通过示波器观察到抽样脉冲调制后得到的抽样信号,但由周期信号的傅里叶级数理论可知,三角波信号和方波信号包含基波和无穷多个谐波分量,对应的频谱带宽无穷大,受信号恢复滤波器截止频率的限制,最后的输出只能包含基波分量和有限的谐波分量,无法完全恢复原信号。为了让学生可以更形象地理解理论,并与实际应用相联系,在扩展创新性实验中引入语音信号分析,在抽样定理的理论指导下设计实验方案,搭建实验电路并调试分析。完整的抽样定理实验硬件单元组件如图 7 所示,包括口袋仪器实验室的 Analog Discovery 2 套件、面包板实验电路或者万能板实验电路。

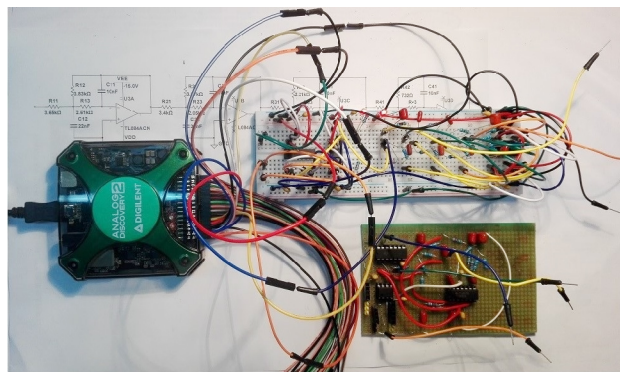


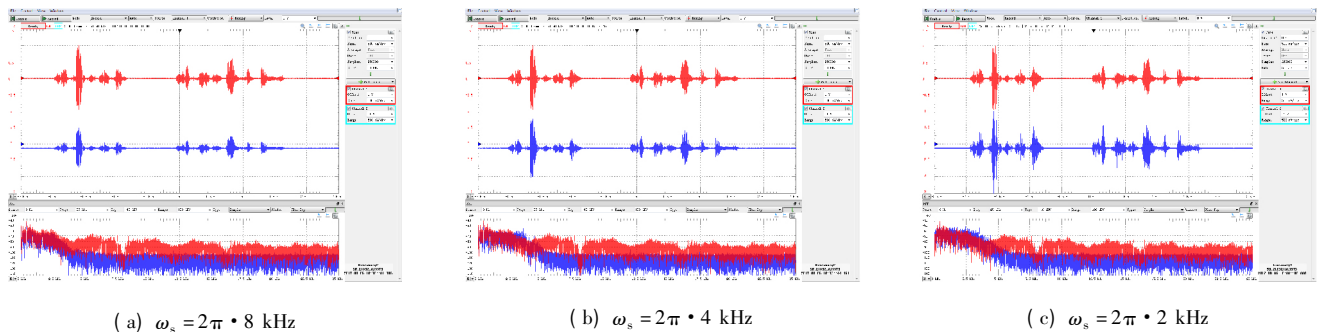
图 7 基于口袋仪器实验室的抽样定理实验

语音信号是携带语音信息的音频声波,时域波形较为复杂,包含众多的频率成分,人耳能听到的音频信号的频率范围是 20 Hz ~ 20 kHz,但实际上日常的语音通信通常限制在 300 ~ 3 400 Hz 范围^[17]。语音信号满足抽样定理的最低抽样频率 $f_s = 6.8 \text{ kHz}$,实际规定抽样频率为 $f_s = 8 \text{ kHz}$,这样就可以得到 $\Delta f = 1.2 \text{ kHz}$ 的恢复滤波器保护带。为统一实验条件,使用 Microsoft Windows7 系统自带的 TTS(Text To Speech) 语音引擎生成持续时间 5 s 的 8 kHz 采样率单声道语音文件,本实验中女声中英文混读语音为“信号与系统, signals and systems”。信号发生器软面板改用 Play 模式,指定 WAV 文件,运行时即可循环输出语音信号。

实验中分别选用 $f_s = 8, 4, 2 \text{ kHz}$ 3 种抽样频率对语音信号进行抽样,直接测量结果如图 8 所示,此时示波器工作在 Record 模式,设定记录时间长度 5 s,红色为原语音信号及其 FFT 频谱,蓝色为抽样信号恢复后的语音信号(时域波形幅值放大 5 倍)及其 FFT 频谱。值得注意的是,示波器模式增加了 Audio 音频直放功能,可通过计算机的扬声器或音频输出接口直接回放所采集到的信号,直观形象地验证听觉效果。进一步扩展实验还可以利用示波器的 Export 功能,将语音信号的数字采样值以文件形式存储到计算机,再用相关工具软件(如 Matlab、LabVIEW 等)或者自编程序读出并进行离线处理,利用所学理论知识定性定量分析抽样定理实验信号数据。观察并比较原信号和恢复后信号的波形及 FFT 频谱,再结合听觉感知效果,可知:当 $f_s \geq 8 \text{ kHz}$ 时,恢复信号较好地保留了原语音信号 0 ~ 3.4 kHz 范围内的频谱,时域波形与原信号波形基本一致,语音没有失真(见图 8(a));当 $f_s = 4 \text{ kHz}$,恢复信号在 2 ~ 3.4 kHz 范围内的频谱出现混叠现象,时域波形展开观察会发现与原信号相比丢失部分细节(见图 8(b)),回放出现小幅度背景噪声,但语音信息仍能正常识别,这也与语音信号的主要能量集中在 1 kHz 以下相符合;当 $f_s = 2 \text{ kHz}$ 时,频谱混叠出现在 1 ~ 3.4 kHz 范围内,对语音有比较大的影响,直接观察时域波形就能发现与原信号有明显不同(见图 8(c)),回放

出现大幅度背景噪声, 语音信息失真甚至无法分辨。
复杂语音信号的实验结果也验证说明了抽样定理理论

的正确性和有效性。



(a) $\omega_s = 2\pi \cdot 8 \text{ kHz}$

(b) $\omega_s = 2\pi \cdot 4 \text{ kHz}$

(c) $\omega_s = 2\pi \cdot 2 \text{ kHz}$

图 8 抽样定理实验实测波形及 FFT 频谱

(女声语音信号“信号与系统 signals and systems”持续时间 5 s)

4 结 语

口袋仪器实验室克服了传统仪器在理论教学和实验实践中存在的不足, 提供了理论基础分析计算和实际工程问题结合的创新实践平台, 给予学生随时随地动手实践和自主学习的机会, 有助于培养学生的工程能力和创新能力。变传统的简单验证性抽样定理实验为综合创新性设计实验, 理论和实践有效结合, 增强了实验功能和效率, 可提供直观形象的验证效果, 加深学生对相关课程内容的理解和掌握, 为后续专业课程的学习和工程素质的拓展奠定良好的基础。

参考文献 (References):

- [1] 郑君里, 应启珩, 杨为理. 信号与系统[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [2] Oppenheim A V, Willsky A S, Nawab S H. Signals and Systems [M]. 2nd Edition. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- [3] 王保丽, 印兴耀, 张广智. “理论-实验-应用”一体化教学的探索与实践[J]. 实验室研究与探索, 2015, 34(11): 152-155.
- [4] 毕萍, 刘毓. 面向“卓越工程师”目标进行“信号与系统”课程教学改革[J]. 实验室研究与探索, 2014, 33(1): 190-193.
- [5] 胡君良. 信号与系统实验[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2016.
- [6] 尚丽, 黄艳. RZ8664 型实验箱在信号时域分析实验教学中的应用[J]. 苏州市职业大学学报, 2015, 26(1): 54-61.
- [7] 王路露, 刘光灿, 陈威兵, 等. Matlab 和实验箱的结合在信号与系统实验教学中的应用[J]. 长沙大学学报, 2011, 25(3): 38-40.
- [8] 连丽红. 基于 Matlab 的信号与系统实验平台开发[J]. 实验技术与管理, 2016, 33(6): 150-153.
- [9] 柏艳红, John Hung. 基于 ELVIS II+ 的信号与系统实验设计及实现[J]. 电气电子教学学报, 2012, 34(1): 59-62.
- [10] 吕井勇, 孙胜春, 董兴泰. 基于 NI ELVIS 的串联谐振电路实验设计[J]. 实验室研究与探索, 2014, 33(2): 82-85.
- [11] Digilent Inc. Analog Discovery 2 Reference Manual [EB/OL]. [2017-7-30]. https://reference.digilentinc.com/_media/reference/instrumentation/analog-discovery-2/ad2_rm.pdf.
- [12] Digilent Inc. WaveForms 2015 Reference Manual [EB/OL]. [2017-7-30]. https://reference.digilentinc.com/_media/reference/software/waveforms/waveforms-3/waveforms-2015_rm.pdf.
- [13] 田培成, 沈任元, 吴勇. 数字电子技术基础[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2015.
- [14] 童诗白, 华成英, 主编; 清华大学电子学教研组编. 模拟电子技术基础[M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2015.
- [15] Texas Instruments Inc. WEBENCH 滤波器设计器 [EB/OL]. [2017-7-30]. https://webench.ti.com/webench5/power/webench5.cgi?origin=ti_panel&app=filterarchitect&filterType=Lowpass.
- [16] 张焱, 任勇峰, 姚宗. 抗混叠滤波设计在数据采集系统中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(1): 243-246.
- [17] 赵力, 梁瑞宇, 魏昕, 等. 语音信号处理[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2016.

· 名人名言 ·

对搞科学的人说来, 勤奋就是成功之母!

——茅以升